Statique des solides

1) OBJECTIFS. 3

2) SCHÉMA D'ARCHITECTURE ET GRAPHE DE STRUCTURE. 3

21) Différence entre schéma cinématique et schéma d'architecture. 3

22) Exemple de la commande d'une table en translation. 3

a) Graphe de liaisons et schéma cinématique. 3

b) Choix technologique influant sur la nature des liaisons. 3

c) Graphe de structure et schéma d'architecture. 4

3) ISOLEMENT D'UNE PARTIE DU SYSTÈME. 4

31) Définition d'un système isolé. 4

32) Actions mécaniques intérieures et extérieures. 4

4) PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE (PFS). 5

Repère Galiléen. 5

Traduction torsorielle du PFS (=1 équation torsorielle). 5

Traduction vectoriel du PFS (=2 équations vectorielles). 5

Traduction scalaire du PFS pour un système spatial (=6 équations scalaires). 5

Traduction scalaire du PFS pour un système plan (=3 équations scalaires). 5

5) $\sum\{T_{ext\rightarrow S}\} = \{0\}$ CONDITION NÉCESSAIRE MAIS PAS SUFFISANTE 6

6) THÉORÈME DES ACTIONS RÉCIPROQUES. 6

7) PARTICULARITÉS DES SOLIDES SOUMIS À DES TORSEURS GLISSEURS. 7

71) Solide soumis à 2 glisseurs. 7

72) Solide soumis à 3 glisseurs. 7

1^er^ cas : Si 2 glisseurs sont concourants alors le 3^ème^ l'est aussi au même point. 8

2^ème^ cas : Si 2 glisseurs sont parallèles alors le 3^ème^ l'est aussi. 8

Bilan. 8

73) Solide soumis à 4 glisseurs. 8

Avec 2 glisseurs complètement connus et 1 droite d'action connue. 8

Avec 1 glisseur complètement connu et toutes les droites d'action connues. 8

8) NOTION D'ARC-BOUTEMENT 9

9) DÉMARCHE DE RÉSOLUTION 9

Étape 1 : Isoler. 9
Étape 2 : BAME. 9
Étape 3 : Modéliser. 9
Étape 4 : Résoudre en appliquant les bons théorèmes. 9

1) Objectifs.

La statique est l'étude des solides à l'équilibre (au repos).

Cette étude permet de déterminer à partir d'une action mécanique connue (comme la pesanteur, l'action d'un ressort, l'action d'un fluide…), les autres actions mécaniques inconnues (actions de liaison…) exercées au sein du système, pour par la suite :

- dimensionner différentes pièces telles que les éléments constituants les liaisons (coussinets, roulements,…), les actionneurs (vérin ou moteur)…
- déterminer une loi entrée-sortie statique (ex : pression à exercer à l'intérieur d'un vérin afin de serrer une pièce en sortie du système…).

2) Schéma d'architecture et graphe de structure.

21) Différence entre schéma cinématique et schéma d'architecture.

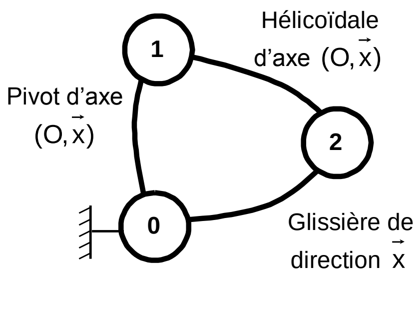
	Schéma cinématique	Schéma d'architecture
Permet de visualiser	**la cinématique du système** (c'est à dire les mouvements relatifs des différentes classes d'équivalence)	**l'architecture du système** (c'est-à-dire la disposition des liaisons) $\Rightarrow$ il colle à la réalité technologique puisqu'il tient compte du choix des constituants adoptés
Est destiné au calcul	de la **loi entrée-sortie cinématique**	des **torseurs d'action mécanique transmissible** par les différentes liaisons
Est construit à partir	du **graphe de liaison**	du **graphe de structure**

22) Exemple de la commande d'une table en translation.

On désire commander une table 2 (en translation rectiligne de direction $\vec{x}$ par rapport à un bâti 0) à l'aide d'un système de transformation de mouvement vis/écrou (où la vis 1 est en rotation d'axe $(O,\vec{x})$ par rapport au bâti 0).

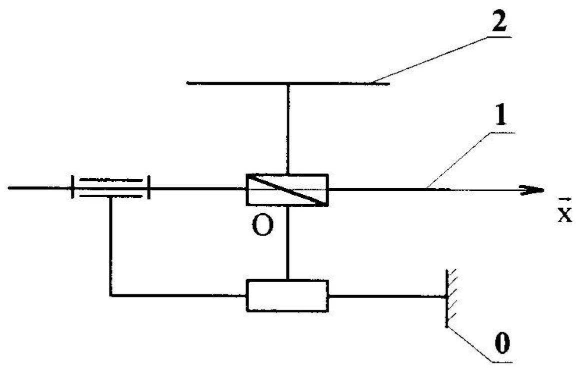
a) Graphe de liaisons et schéma cinématique.

graphe de liaison



NB : Un graphe de liaison ne comporte jamais de liaison en parallèle.

schéma cinématique



b) Choix technologique influant sur la nature des liaisons.

On envisage de réaliser :

- la liaison glissière par association en parallèle, entre la table et le bâti, de quatre douilles à billes glissant sur deux tiges cylindriques parallèles, modélisables par des liaisons sphères-cylindres,
- la liaison pivot par association en parallèle, entre la vis et le bâti, de deux roulements à billes situés à chaque extrémité de la vis, modélisables, l'un par une liaison sphérique et l'autre par une liaison sphère cylindre.

c) Graphe de structure et schéma d'architecture.

graphe de structure

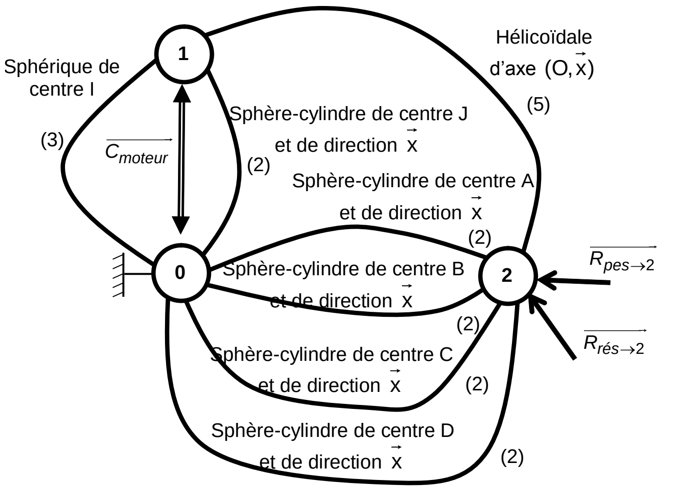
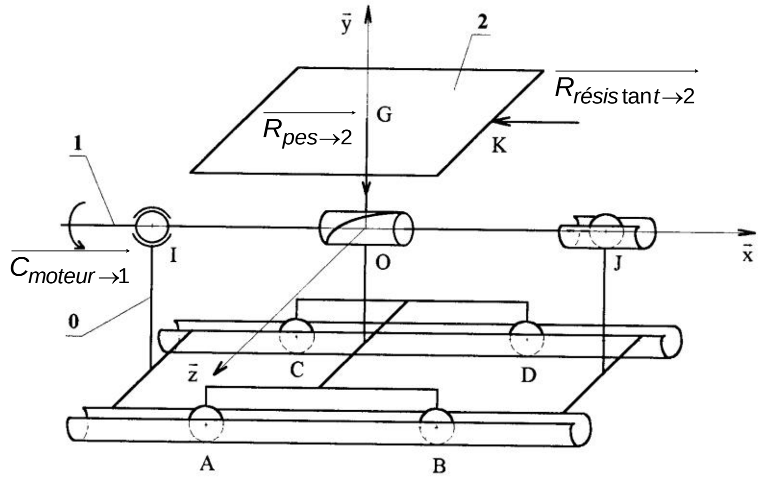


schéma d'architecture



Sur le graphe de structure et sur le schéma d'architecture, figurent :
- toutes les liaisons élémentaires (ou locales) se situant dans les zones de guidage,

En vue d'une étude statique, il faut rajouter :
- les actions mécaniques extérieures et intérieures (de contact ou à distance) : couple moteur, action d'un fluide, action d'un ressort, action de la pesanteur…
- le nombre d'inconnus de liaison pour chaque liaison.

3) Isolement d'une partie du système.

31) Définition d'un système isolé.

Un préalable à toute étude statique, est l'isolement du système matériel étudié.
On définit une **frontière fictive** qui englobe la partie du système isolé.
On définit ainsi un **milieu intérieur** et un **milieu extérieur** au système isolé.
Le système isolé pourra être un solide, une portion de solide, un ensemble de solides, le système entier...

32) Actions Mécaniques intérieures et extérieures.

On appelle actions extérieures sur l'ensemble isolé, toutes les actions exercées par :
un élément (solide, fluide, ressort…) n'appartenant pas au système isolé SUR *un élément du système isolé.*

On appelle actions intérieures sur l'ensemble isolé, toutes les actions exercées par :
un élément (solide, fluide, ressort…) du système isolé SUR *un autre élément du système isolé.*

NB : Les actions mécaniques intérieures ne seront pas prises en compte dans l'application du principe fondamental de la statique.

On utilise le graphe de structure pour déterminer rapidement les AM extérieures et intérieures.
Exemple par rapport au graphe de structure ci-dessus de la table :
En isolant $\{1\}$, les AM extérieures sur $\{1\}$ sont : AM de $2 \to 1$
AM de $0 \to 1$ en J
AM de $0 \to 1$ en I
AM motrice $\to 1$

Remarque : Si nous avions isolé $\{1,2\}$, AM de $2 \to 1$ serait une action intérieure à $\{1,2\}$.

4) Principe Fondamental de la Statique (PFS).

Repère Galiléen.

On appelle repère galiléen en SII :

- tout repère **fixe** (sans mouvement) par rapport à la Terre,
- ou tout repère en mouvement de **translation rectiligne** (sa trajectoire est une droite) **et uniforme** (sa vitesse est constante) par rapport à la Terre.

Traduction torsorielle du PFS (=1 équation torsorielle).

La condition nécessaire pour qu'un système matériel **S soit en équilibre par rapport à un repère galiléen** est que la somme des torseurs des actions mécaniques extérieures à S soit nulle :

$$\boxed{\sum \left\{ \mathrm{T}_{\bar{S} \to S} \right\} = \{0\}} \qquad \text{exemple : } \left\{ \mathrm{T}_{3 \to S} \right\} + \left\{ \mathrm{T}_{12 \to S} \right\} + \left\{ \mathrm{T}_{4 \to S} \right\} = \{0\}$$

Traduction vectoriel du PFS (=2 équations vectorielles).

Il faut nécessairement exprimer les torseurs au même point.

Théorème de la résultante statique : $\boxed{\sum \overrightarrow{R_{\bar{S} \to S}} = \vec{0}}$ exemple : $\overrightarrow{R_{3 \to S}} + \overrightarrow{R_{12 \to S}} + \overrightarrow{R_{4 \to S}} = \vec{0}$

Théorème du moment statique : $\boxed{\sum \overrightarrow{M_{Q,\bar{S} \to S}} = \vec{0}}$ exemple : $\overrightarrow{M_{Q,3 \to S}} + \overrightarrow{M_{Q,12 \to S}} + \overrightarrow{M_{Q,4 \to S}} = \vec{0}$

Traduction scalaire du PFS pour un système spatial (=6 équations scalaires).

Il faut exprimer les composantes algébriques des torseurs dans la même base (x, y, z) :

$$\boxed{\begin{array}{r} \sum X_{\bar{S} \to S} = 0 \\ \sum Y_{\bar{S} \to S} = 0 \\ \sum Z_{\bar{S} \to S} = 0 \\ \sum L_{Q,\bar{S} \to S} = 0 \\ \sum M_{Q,\bar{S} \to S} = 0 \\ \sum N_{Q,\bar{S} \to S} = 0 \end{array}}$$

exemple :

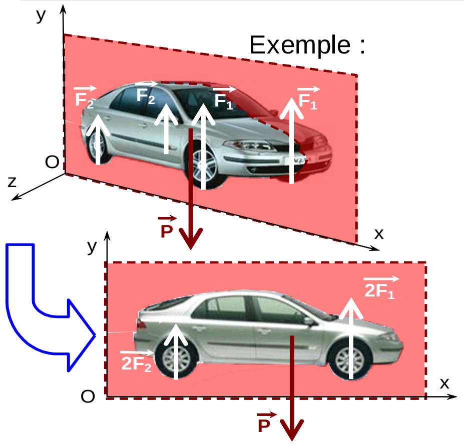
$$\begin{array}{r} X_{3 \to S} + X_{12 \to S} + X_{4 \to S} = 0 \\ Y_{3 \to S} + Y_{12 \to S} + Y_{4 \to S} = 0 \\ Z_{3 \to S} + Z_{12 \to S} + Z_{4 \to S} = 0 \\ L_{Q,3 \to S} + L_{Q,12 \to S} + L_{Q,4 \to S} = 0 \\ M_{Q,3 \to S} + M_{Q,12 \to S} + M_{Q,4 \to S} = 0 \\ N_{Q,3 \to S} + N_{Q,12 \to S} + N_{Q,4 \to S} = 0 \end{array}$$

Traduction scalaire du PFS pour un système plan (=3 équations scalaires).

On peut admettre qu'un système est « plan », si :

- la **géométrie des liaisons** d'un système matériel **présente un plan de symétrie,**
- les **AM extérieures** exercées sur ce système **sont symétriques par rapport à ce plan**, c'est à dire que :
  - les résultantes des AM extérieures sont parallèles au plan de symétrie,
  - les moments des AM extérieures sont perpendiculaires au plan de symétrie.

Exemple :



Pour un système plan $(O,\vec{x},\vec{y})$, tous les torseurs ont **leurs composantes Z, L et M nulles** :

$$\left\{ \mathrm{T}_{i \to S} \right\} = \underset{\forall P \in (O,\vec{x},\vec{y})}{\left\{ \begin{array}{cc} X_{i \to S} & 0 \\ Y_{i \to S} & 0 \\ 0 & N_{P,i \to S} \end{array} \right\}}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

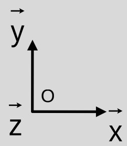
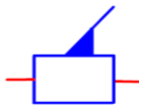
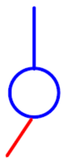
Le PFS ne fournira qu'un maximum de 3 équations significatives, à savoir pour le théorème :

- de la résultante statique : 1 équation en projection sur x
  1 équation en projection sur y
- du moment statique : 1 équation en projection sur z

On aurait le même raisonnement pour :

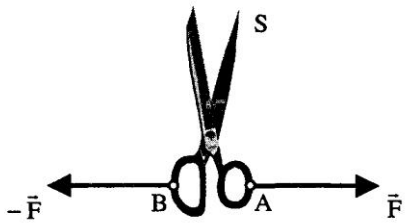
Problème plan $(O,\vec{x},\vec{z})$	Problème plan $(O,\vec{y},\vec{z})$
$\left\{ \mathrm{T}_{i \to S} \right\} = \underset{\forall P \in (O,\vec{x},\vec{z})}{\left\{ \begin{array}{cc} X_{i \to S} & 0 \\ 0 & M_{P,i \to S} \\ Z_{i \to S} & 0 \end{array} \right\}}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	$\left\{ \mathrm{T}_{i \to S} \right\} = \underset{\forall P \in (O,\vec{y},\vec{z})}{\left\{ \begin{array}{cc} 0 & L_{P,i \to S} \\ Y_{i \to S} & 0 \\ Z_{i \to S} & 0 \end{array} \right\}}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

NB : les seuls modèles de liaison que l'on trouvera avec l'hypothèse problème plan $(O,\vec x,\vec y)$ sont :

Nom	***Représentation plane*** 	***Validité de la forme générale des Torseurs dans le plan (O,x,y)***	***Modélisation par les torseurs (écriture en colonne)***	***Modélisation par les torseurs (écriture en ligne)***
Glissière de direction $\vec x$		**Tout point P du plan**	$\{\mathcal{T}_{2\to1}\} = \underset{\forall P}{\begin{Bmatrix} 0 & - \\ Y_{2\to1} & - \\ - & N_{P,2\to1}\end{Bmatrix}}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$	$\{\mathcal{T}_{2\to1}\} = \underset{\forall P}{\begin{Bmatrix} Y_{2\to1}.\vec y \\ N_{P,2\to1}.\vec z\end{Bmatrix}}$
Pivot d'axe $(O,\vec z)$		**En O**	$\{\mathcal{T}_{2\to1}\} = \underset{O}{\begin{Bmatrix} X_{2\to1} & - \\ Y_{2\to1} & - \\ - & 0\end{Bmatrix}}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$	$\{\mathcal{T}_{2\to1}\} = \underset{O}{\begin{Bmatrix} \vec R_{2\to1} \\ \vec 0\end{Bmatrix}} = \underset{O}{\begin{Bmatrix} \vec O_{2\to1} \\ \vec 0\end{Bmatrix}}$
Sphère-plan de point de contact O et de normale $\vec y$ (ou alors ponctuelle de point de contact O et de normale $\vec y$)		**Tout point P de la normale** $(O,\vec y)$	$\{\mathcal{T}_{2\to1}\} = \underset{\forall P\in(O,\vec y)}{\begin{Bmatrix} 0 & - \\ Y_{2\to1} & - \\ - & 0\end{Bmatrix}}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$	$\{\mathcal{T}_{2\to1}\} = \underset{\forall P\in(O,\vec y)}{\begin{Bmatrix} Y_{2\to1}.\vec y \\ \vec 0\end{Bmatrix}}$

5) $\sum\{\mathcal{T}_{ext\to S}\} = \{0\}$ condition nécessaire mais pas suffisante.

Exemple d'une paire de ciseaux :



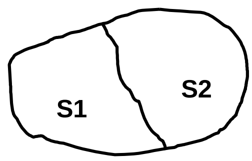
$$\sum\{\mathcal{T}_{ext\to S}\} = \underset{A}{\begin{Bmatrix}\vec F\\ \vec 0\end{Bmatrix}} + \underset{B}{\begin{Bmatrix}-\vec F\\ \vec 0\end{Bmatrix}} = \underset{A}{\begin{Bmatrix}\vec F\\ \vec 0\end{Bmatrix}} + \underset{A}{\begin{Bmatrix}-\vec F\\ \vec 0\end{Bmatrix}} = \underset{A}{\begin{Bmatrix}\vec 0\\ \vec 0\end{Bmatrix}} = \{0\}$$

Donc $\sum\{\mathcal{T}_{ext\to S}\} = \{0\}$ n'est pas une condition suffisante pour imposer l'équilibre.

$$\boxed{\text{Équilibre de S} \;\not\Leftarrow\; \sum\{\mathcal{T}_{ext\to S}\} = \{0\}}$$

6) Théorème des actions réciproques.

Soit un solide S composé de 2 sous-ensembles S1 et S2 en équilibre.



S en équilibre	$\Rightarrow$	$\{\mathcal{T}_{\bar S\to S}\} = \{0\}$	$\Rightarrow$	$\{\mathcal{T}_{\bar S\to S1}\} + \{\mathcal{T}_{\bar S\to S2}\} = \{0\}$	(1)
S1 en équilibre	$\Rightarrow$	$\{\mathcal{T}_{\overline{S1}\to S1}\} = \{0\}$	$\Rightarrow$	$\{\mathcal{T}_{\bar S\to S1}\} + \{\mathcal{T}_{S2\to S1}\} = \{0\}$	(2)
S2 en équilibre	$\Rightarrow$	$\{\mathcal{T}_{\overline{S2}\to S2}\} = \{0\}$	$\Rightarrow$	$\{\mathcal{T}_{\bar S\to S2}\} + \{\mathcal{T}_{S1\to S2}\} = \{0\}$	(3)
L'équation (1)-(2)-(3)	$\Rightarrow$	$-\{\mathcal{T}_{S2\to S1}\} - \{\mathcal{T}_{S1\to S2}\} = \{0\}$	$\Rightarrow$	$\boxed{\{\mathcal{T}_{S2\to S1}\} = -\{\mathcal{T}_{S1\to S2}\}}$	

7) Particularités des solides soumis à des torseurs glisseurs.

Soit un solide soumis à des actions mécaniques modélisées par des torseurs glisseurs.
Par abus de langage on dira « solide soumis à des glisseurs » pour « solide soumis à des actions mécaniques modélisées par des torseurs glisseurs ».

71) Solide soumis à 2 glisseurs.

Soit un solide S en équilibre sous l'action de 2 glisseurs ${}_A\begin{Bmatrix}\overrightarrow{A_{1\to S}} \\ \vec{0}\end{Bmatrix}$ et ${}_B\begin{Bmatrix}\overrightarrow{B_{2\to S}} \\ \vec{0}\end{Bmatrix}$.

L'application du PFS se traduit par :

Le théorème de la résultante statique :

$\overrightarrow{A_{1\to S}} + \overrightarrow{B_{2\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{A_{1\to S}} = -\overrightarrow{B_{2\to S}}$

$\Rightarrow$ Les 2 résultantes sont **opposées** (même norme, même direction, sens contraire)

Le théorème du moment statique en A :

$\overrightarrow{M_{A,1\to S}} + \overrightarrow{M_{A,2\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ $\cancel{\overrightarrow{M_{A,1\to S}}} + \cancel{\overrightarrow{M_{B,2\to S}}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_{2\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ colinéaires

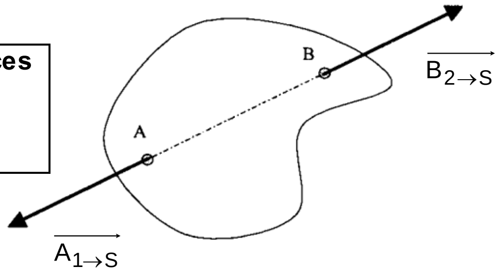
Or $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ passe par B

$\Rightarrow$ la **droite d'action** de $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ est **(AB)**

(même démonstration pour $\overrightarrow{A_{1\to S}}$)

Bilan :

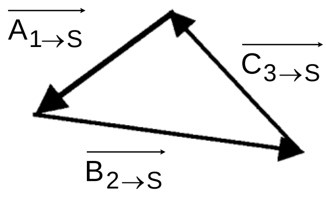
Si un système est en équilibre sous l'action de 2 glisseurs alors ces 2 glisseurs :
- **sont opposés (même norme, même direction, sens contraire),**
- **et ont même droite d'action, passant par les points d'application.**



72) Solide soumis à 3 glisseurs.

Soit un solide S en équilibre sous l'action de 3 glisseurs ${}_A\begin{Bmatrix}\overrightarrow{A_{1\to S}} \\ \vec{0}\end{Bmatrix}$, ${}_B\begin{Bmatrix}\overrightarrow{B_{2\to S}} \\ \vec{0}\end{Bmatrix}$ et ${}_C\begin{Bmatrix}\overrightarrow{C_{3\to S}} \\ \vec{0}\end{Bmatrix}$.

L'application du PFS se traduit par :



Le théorème de la résultante statique :

$\overrightarrow{A_{1\to S}} + \overrightarrow{B_{2\to S}} + \overrightarrow{C_{3\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ La **somme vectorielle** des 3 glisseurs est **nulle.**

Le théorème du moment statique en A :

$\overrightarrow{M_{A,1\to S}} + \overrightarrow{M_{A,2\to S}} + \overrightarrow{M_{A,3\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ $\cancel{\overrightarrow{M_{A,1\to S}}} + \cancel{\overrightarrow{M_{B,2\to S}}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_{2\to S}} + \cancel{\overrightarrow{M_{C,3\to S}}} + \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{C_{3\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_{2\to S}} + \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{C_{3\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_{2\to S}} = -\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{C_{3\to S}}$ (les 2 vecteurs sont opposés)

Or le vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{B_{2\to S}}$ est perpendiculaire au plan $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B_{2\to S}})$

et le vecteur $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{C_{3\to S}}$ est perpendiculaire au plan $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{C_{3\to S}})$

$\Rightarrow$ les glisseurs $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ et $\overrightarrow{C_{3\to S}}$ sont dans le plan (ABC)

(même démonstration pour $\overrightarrow{A_{1\to S}}$)

$\Rightarrow$ les **glisseurs** $\overrightarrow{A_{1\to S}}$, $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ et $\overrightarrow{C_{3\to S}}$ sont **coplanaires**

1^er^ cas : Si 2 glisseurs sont concourants alors le 3^ème^ l'est aussi au même point.

Soit I le point d'intersection de $\overrightarrow{A_{1\to S}}$ et $\overrightarrow{B_{2\to S}}$.

Le théorème du moment statique en I :

$\overrightarrow{M_{I,1\to S}} + \overrightarrow{M_{I,2\to S}} + \overrightarrow{M_{I,3\to S}} = \vec{0}$

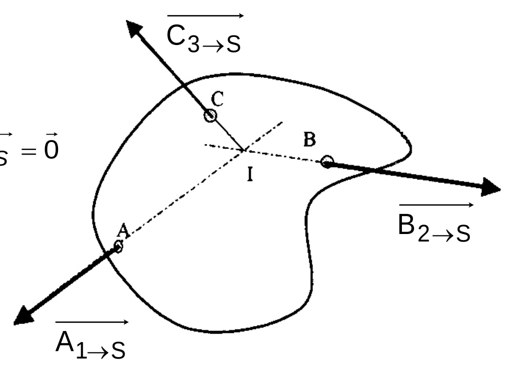
$\Rightarrow \cancel{\overrightarrow{M_{A,1\to S}}} + \cancel{\overrightarrow{IA} \wedge \overrightarrow{A_{1\to S}}} + \cancel{\overrightarrow{M_{B,2\to S}}} + \cancel{\overrightarrow{IB} \wedge \overrightarrow{B_{2\to S}}} + \cancel{\overrightarrow{M_{C,3\to S}}} + \overrightarrow{IC} \wedge \overrightarrow{C_{3\to S}} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{C_{3\to S}}$ colinéaires

Or $\overrightarrow{C_{3\to S}}$ passe par C

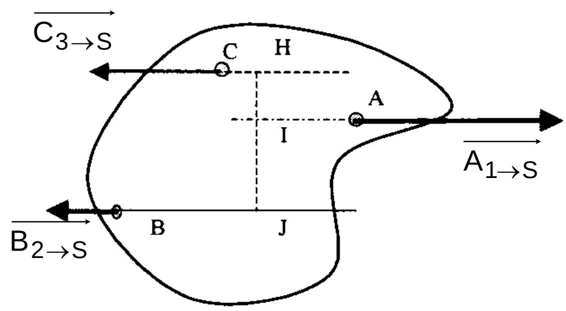
$\Rightarrow$ la droite d'action de $\overrightarrow{C_{3\to S}}$ passe également par I

$\Rightarrow$ les 3 **glisseurs** sont **concourants** en un même point



2^ème^ cas : Si 2 glisseurs sont parallèles alors le 3^ème^ l'est aussi.

Si $\overrightarrow{A_{1\to S}}$ et $\overrightarrow{B_{2\to S}}$ sont parallèles,
l'équation de la résultante statique montre que
$\overrightarrow{C_{3\to S}}$ est parallèle aux 2 autres
$\Rightarrow$ les 3 **glisseurs** sont **parallèles**



Bilan.

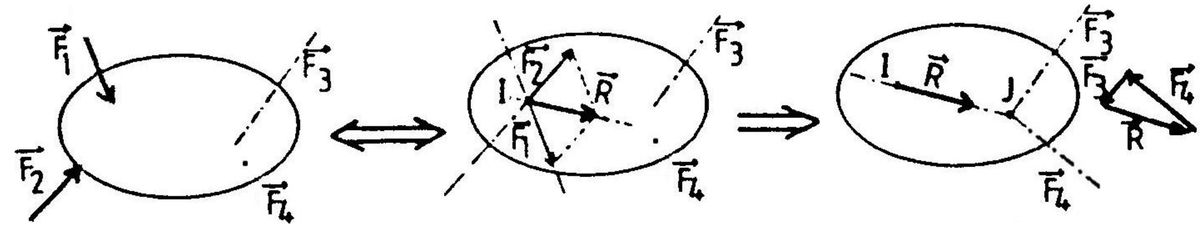
Si un système est en équilibre sous l'action de 3 glisseurs, alors ces 3 glisseurs sont :
- **coplanaires,**
- **concourants ou parallèles,**
- **de somme vectorielle nulle.**

Pour des glisseurs parallèles, on utilisera de préférence une résolution analytique en utilisant le théorème du moment statique et en calculant le moment par la méthode du bras de levier.

73) Solide soumis à 4 glisseurs.

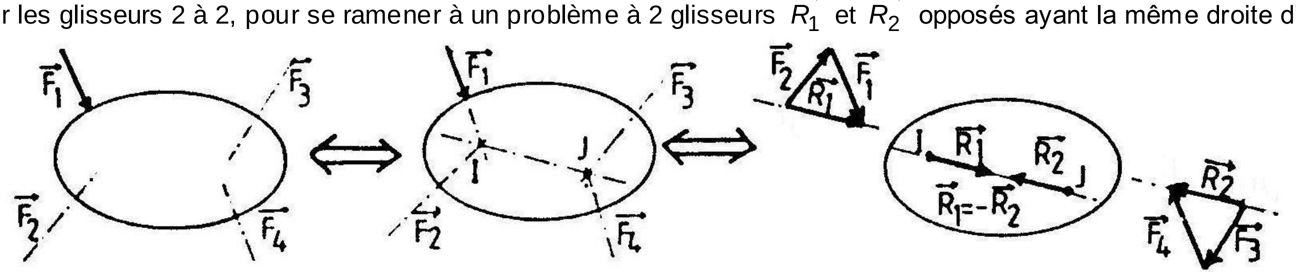
Avec 2 glisseurs complètement connus et 1 droite d'action connue.

Déterminer la résultante $\vec{R}$ des 2 glisseurs complètement connus, pour se ramener à un problème à 3 glisseurs.



Avec 1 glisseur complètement connu et toutes les droites d'action connues.

Grouper les glisseurs 2 à 2, pour se ramener à un problème à 2 glisseurs $\vec{R_1}$ et $\vec{R_2}$ opposés ayant la même droite d'action.



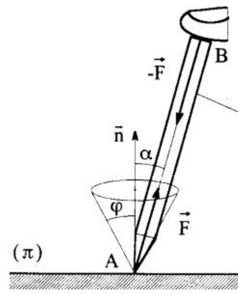
8) Notion d'arc-boutement.

Deux solides en contact sont dits arc-boutés l'un sur l'autre, sous l'effet d'actions mécaniques, si les deux solides restent immobiles l'un par rapport à l'autre, quelle que soit l'intensité des actions mécaniques qui tendent à rompre l'équilibre.

Exemple d'un crayon contre une table

Un crayon 2 est appuyé contre le plan (π) d'une table 1 par le doigt d'une main. Si on néglige son poids, le crayon est en équilibre sous l'action de deux glisseurs opposés de droite d'action (AB).

Si l'inclinaison α de l'axe du crayon reste inférieure à l'angle d'adhérence limite φ, entre la mine et la table, alors la mine du crayon ne glissera pas sur la table, quelle que soit l'intensité F de l'action exercée par le doigt.

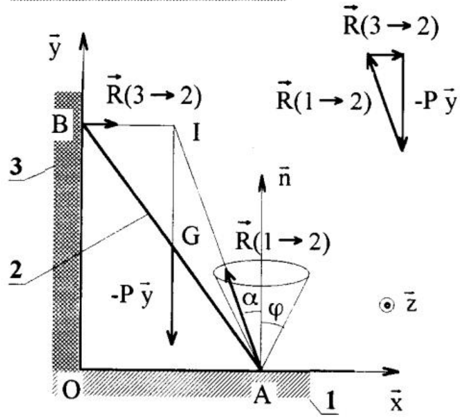


Exemple d'une échelle contre un mur

Une échelle 2, de centre de gravité G et de poids P, repose sur le sol 1 au point A et appuie contre le mur 3 au point B.
On suppose le contact en B sans frottement et en A avec frottement.

L'échelle est en équilibre sous l'action de trois glisseurs :

- $_A\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R_{1\to2}}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}$: glisseur $\overrightarrow{R_{1\to2}}$ inconnu,
- $_B\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R_{3\to2}}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}$: glisseur $\overrightarrow{R_{3\to2}}$ de droite d'action normale au plan tangent,
- $_G\left\{\begin{matrix}\vec{P}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}$: poids $\vec{P}$ connu.



$\overrightarrow{R_{3\to2}}$ et $\vec{P}$ étant concourants au point I, $\overrightarrow{R_{1\to2}}$ a pour droite d'action (AI). Si l'inclinaison α de ce glisseur par rapport à la verticale reste inférieure à l'angle d'adhérence limite φ, l'échelle reste en équilibre quel que soit son poids.

9) Démarche de résolution.

Étape 1 : Isoler.

Isoler un système matériel rendant extérieure(s) la(les) action(s) mécanique(s) connue(s) tout en choisissant un isolement qui peut être résolu (nombre d'inconnus inférieur à 6 en 3D, ou inférieur à 3 en 2D).

NB : On n'isole JAMAIS le bâti.

Étape 2 : BAME.

Réaliser le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) appliquées à ce système isolé.

Étape 3 : Modéliser.

Choisir la modélisation des AM adéquate. Soit par :

a) des torseurs dans une **écriture en colonne (pour déterminer TOUS les inconnus de liaison),**

b) des torseurs dans une **écriture en ligne (pour déterminer une loi entrée-sortie statique),**

c) des **glisseurs (pour déterminer les AM graphiquement).**

Étape 4 : Résoudre en appliquant les bons théorèmes.

Selon la modélisation choisie (a, b ou c), résoudre en appliquant :

a) le PFS : $\sum\left\{\mathrm{T}_{\bar{S}\to S}\right\}=\{0\}$ en ayant pris soin auparavant d'exprimer AU MEME POINT les torseurs,

b) les théorèmes de la résultante statique ou/et du moment statique,

c) les théorèmes d'un solide soumis à 2 ou 3 glisseurs.

Exemple :

1) Isolons {1}.

2) Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) sur {1}.
   - Action mécanique de 2 sur 1 (pivot d'axe $(A,\vec{z})$)
   - Action mécanique de 3 sur 1 (sphère-plan de point de contact B et de normale $\vec{y}$)

3) Modélisables par :		4) Résolution :
a) Les torseurs (écriture en colonne)	**Si système dans l'espace :** $\left\{\mathrm{T}_{2\to1}\right\} = \underset{\forall P\in(A,\vec{z})}{\begin{Bmatrix} X_{2\to1} & L_{P,2\to1} \\ Y_{2\to1} & M_{P,2\to1} \\ Z_{2\to1} & 0 \end{Bmatrix}}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ $\left\{\mathrm{T}_{3\to1}\right\} = \underset{\forall P\in(B,\vec{y})}{\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{3\to1} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ **Ou si présence d'un problème plan** $(A,\vec{x},\vec{y})$ **:** $\left\{\mathrm{T}_{2\to1}\right\} = \underset{A}{\begin{Bmatrix} X_{2\to1} & - \\ Y_{2\to1} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ $\left\{\mathrm{T}_{3\to1}\right\} = \underset{\forall P\in(B,\vec{y})}{\begin{Bmatrix} 0 & - \\ Y_{3\to1} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	*1/Mettre les torseurs au même point et dans la **même base**.* Choisir A car il est plus facile de déplacer AM de 3→1 que l'AM de 2→1. Donc : $\overrightarrow{M_{A,3\to1}} = \overrightarrow{M_{B,3\to1}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R_{3\to1}}$ … *2/Puis appliquer le PFS :* $\sum\left\{\mathrm{T}_{\bar{1}\to1}\right\} = \{0\}$ qui donnera : - 6 équations scalaires (en 3D) - 3 équations scalaires (en 2D)
b) Les torseurs (écriture en ligne)	**Si système dans l'espace :** $\left\{\mathrm{T}_{2\to1}\right\} = \underset{\forall P\in(A,\vec{z})}{\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{2\to1}} \\ \overrightarrow{M_{P,2\to1}} \end{Bmatrix}}$ avec $\forall P \in (A,\vec{z})$: $\overrightarrow{M_{P,2\to1}}.\vec{z} = 0$ $\left\{\mathrm{T}_{3\to1}\right\} = \underset{\forall P\in(B,\vec{y})}{\begin{Bmatrix} Y_{3\to1}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}}$ **Ou si présence d'un problème plan** $(A,\vec{x},\vec{y})$ **:** $\left\{\mathrm{T}_{2\to1}\right\} = \underset{A}{\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{2\to1}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}}$ $\left\{\mathrm{T}_{3\to1}\right\} = \underset{\forall P\in(B,\vec{y})}{\begin{Bmatrix} Y_{3\to1}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}}$	**Pour la loi entrée-sortie, il faut s'appuyer sur** $\overrightarrow{M_{A,2\to1}} \cdot \vec{z} = 0$**, c'est à dire appliquer directement le théorème du moment statique en A en projection suivant** $\vec{z}$ **:** $\sum\overrightarrow{M_{A,\bar{1}\to1}}.\vec{z} = 0$ donc ici : $\overrightarrow{M_{A,2\to1}}.\vec{z} + \overrightarrow{M_{A,3\to1}}.\vec{z} = 0$ soit $\overrightarrow{M_{A,3\to1}}.\vec{z} = 0$
c) Les glisseurs	**UNIQUEMENT pour un problème plan** $(A,\vec{x},\vec{y})$ $\left\{\mathrm{T}_{2\to1}\right\} = \underset{A}{\begin{Bmatrix} \overrightarrow{A_{2\to1}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}}$ $\left\{\mathrm{T}_{3\to1}\right\} = \underset{B}{\begin{Bmatrix} \overrightarrow{B_{3\to1}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}}$ NB : $\overrightarrow{A_{2\to1}}$ et $\overrightarrow{B_{3\to1}}$ sont les 2 résultantes $\overrightarrow{R_{2\to1}}$ et $\overrightarrow{R_{3\to1}}$ des torseurs glisseurs de 2→1 et 3→1.	{1} est en équilibre sous l'action de 2 glisseurs alors ces 2 glisseurs : • sont opposés (même norme, même direction, sens contraire), • et ont même droite d'action, **passant par les points d'application**.